УДК 624.046.3 DOI: 10.33622/0869-7019.2020.09.21-27

Несущая способность центрально-сжатого двутаврового стержня при стесненном кручении

Александр Романович ТУСНИН, доктор технических наук, профессор, e-mail: tusninar@mgsu.ru

Амиршох Хайдаршоевич АБДУРАХМОНОВ, аспирант, e-mail: 3andya@gmail.com

ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет» (НИУ МГСУ), 129337 Москва, Ярославское ш., 26

Аннотация. *Рассмотрена несущая способность центрально-сжатого тонкостенного стержня открытого профиля при стесненном кручении. Представлены теоретические и численные расчеты центрально-сжатых консольных стрежней различных гибкостей при действии продольной силы и бимомента. Выполнен теоретический и численный анализ влияния бимомента на несущую способность центрально-сжатого тонкостенного консольного стержня открытого профиля при стесненном кручении. Для теоретической оценки устойчивости стержня учтена нелинейная зависимость прогибов полок при сжатии и кручении. Установлена зависимость деформаций свободного конца полки консольного стержня от угла закручивания при действии бимомента. Предложена аналитическая формула для проверки несущей способности центрально-сжатых стержней и определен коэффициент устойчивости при стесненном кручении с сечением в виде двутавра для консольных и шарнирно-опертых стержней. Представлена методика численного расчета в конечно-элементной постановке в зависимости от геометрической и физической нелинейности системы для консольно закрепленных стержней. В статье сопоставлены теоретические и численные результаты, установлена возможность использования численного моделирования для оценки устойчивости центрально-сжатых тонкостенных стержней открытого профиля при стесненном кручении.*

Ключевые слова: *тонкостенный стержень открытого поперечного сечения, двутавровый профиль, гибкость, бимомент, критические напряжения, угол закручивания, коэффициент устойчивости.*

BEARING CAPACITY OF STRENGTH OF AN AXIALLY-COMPRESSED I-BEAM ROD UNDER RESTRAINED TORSION

Alexander R. TUSNIN, e-mail: tusninar@mgsu.ru

Amirshokh Kh. ABDURAKHMONOV, e-mail: 3andya@gmail.com

Moscow State University of Civil Engineering (National Research University), Yaroslavskoe shosse, 26, Moscow 129337, Russian Federation

Abstract. *The bearing capacity of an axially-compressed thin-walled rod of open cross section under constrained torsion is considered. Theoretical and numerical calculations of axially-compressed cantilever beams of various flexibilities under the action of axial force and bi-moment are presented. A theoretical and numerical analysis of the influence of the bi-moment on the bearing capacity of an axially-compressed thin-walled cantilever rod with an open cross section under the restrained torsion is performed. For the theoretical estimation of the rod stability, the nonlinear dependence of the shelf deflections under compression and torsion is taken into account. The dependence of deformations of the loose end of the shelf of the cantilever rod on the angular twist under the action of the bi-moment is established. An analytical formula for testing the bearing capacity of axially-compressed rods is proposed and the stability coefficient for restrained torsion with an I-beam cross-section for cantilever and propped cantilever rods is determined. A method of numerical calculation in a finite element setting is presented, taking into account the geometric and physical nonlinearity of the system for cantilevered rods. Theoretical and numerical results are compared, the possibility of using the numerical modeling to assess the stability of axially-compressed thin-walled rods of open cross section under the restrained torsion is established.*

Key words: *thin-walled rod of open cross section, I-beam rod, flexibility, bi-moment, ultimate stress, , stability coefficient.*

© ТУСНИН А. Р., АБДУРАХМОНОВ А. Х., 2020

Введение

Вопросы устойчивости центрально-сжатых стержней подробно изучены, рекомендации по расчету таких конструкций представлены в нормах проектирования. При строительстве зданий и сооружений находят применение конструкции, в которых тонкостенные стержни открытого профиля не только сжимаются, но и закручиваются. При стесненном кручении в тонкостенном стержне появляются дополнительные нормальные напряжения. Наличие этих напряжений может вызвать более раннюю потерю устойчивости центрально-сжатого стержня.

В действующих нормах отсутствуют рекомендации по расчету таких конструкций. Изучение несущей способности тонкостенных стержней открытого профиля, загруженных не только продольной силой, но и крутящими воздействиями, имеет значительный научный и практический интерес.

Состояние вопроса

Впервые вопрос устойчивости тонкостенных стержней был изучен С. П. Тимошенко в 1905 г. [1]. Рассматривая устойчивость консольной двутавровой балки, он установил, что для точного нахождения значения угла закручивания при стесненном кручении следует учитывать напряжения как свободного кручения, так и изгиба в полках двутавра. Было получено дифференциальное уравнение стесненного кручения, впоследствии обобщенное C. Weber [2] и H. Wagner [3].

Основы современной теории прочности, устойчивости и колебаний тонкостенных стержней с открытым поперечным сечением изложены В. З. Власовым в научных трудах [4–6]. Наряду с А. А. Уманским, изучавшим вопросы устойчивости стержней замкнутого профиля при одновременном действии крутящих и изгибающих моментов [7, 8], значительный вклад в развитие теории устойчивости и динамики тонкостенных конструкций внесли: Я. Г. Пановко [9], Г. Ю. Джанилидзе [10], Р. А. Ададуров [11, 12], А. Р. Ржаницын [13], Б. Н. Горбунов [14] и др.

Неприменимость гипотезы плоских сечений на конкретных примерах, а также значимость учета секториальных напряжений, вносящих значительный вклад в нормальные напряжения элементов конструкций, были доказаны Г. И. Белым [15, 16].

Вопросы устойчивости конструкций также были подробно рассмотрены и изучены в научных трудах проф. А. В. Перельмутера [17]. Дана оценка особого характера работы стержневых элементов при расчете пространственных конструкций. Установлена необходимость пересмотра расчетных длин элементов конструкций ввиду их отличия от изложенных в нормах проектирования.

Следует отметить, что, несмотря на многочисленные исследования устойчивости сжатых тонкостенных конструкций, вопрос учета напряжений, возникающих при стесненном кручении, не отражен в российских и зарубежных нормах.

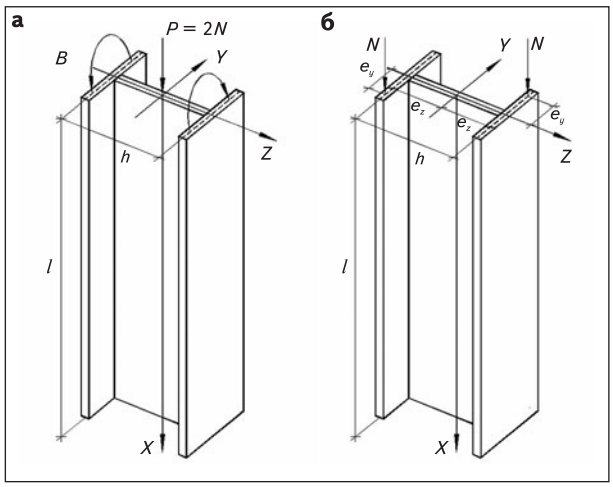


Рис. 1. ***Консольный центрально-сжатый закручиваемый двутавр (а — исходная конструкция; б — эквивалентная конструкция)***

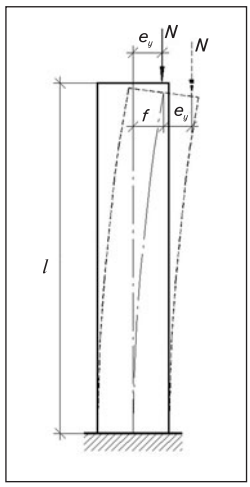


Рис. 2. ***Внецентренно-сжатая полка двутавра***

Устойчивость при кручении

В центрально-сжатом стержне до потери устойчивости нормальные напряжения распределены по сечению равномерно. При кручении тонкостенного стержня открытого профиля в нем появляются секториальные нормальные напряжения, которые могут значительно превышать напряжения от центрального сжатия.

Рассмотрим работу консольного центрально-сжатого стержня с сечением в виде симметричного двутавра. Размеры сечения: высота профиля h, толщина стенки t_w, ширина полки b_f, толщина полки t_f. Кроме сосредоточенной силы P, к свободному концу стержня приложен бимомент B. Действие силы и бимомента можно представить в виде двух сосредоточенных сил $N = P/2$, приложенных к полкам с эксцентриситетами e_y и e_z так, чтобы равнодействующая сила P прикладывалась по оси стержня, а от действия этих сил возникал бимомент B. Схема исходной конструкции и эквивалентной с двумя сосредоточенными силами показана на *рис. 1*.

При эксцентричном действии сосредоточенных сил бимомент B равен:

$$B = 2N\omega = 2Ne_y e_z, \qquad (1)$$

где ω — секториальная площадь точек полок, к которым приложены сосредоточенные силы N.

Так как эксцентриситет $e_z = h/2$, то величина эксцентриситета e_y составляет:

$$e_y = \frac{B}{2Ne_z} = \frac{B}{Nh} = \frac{2B}{Ph}. \qquad (2)$$

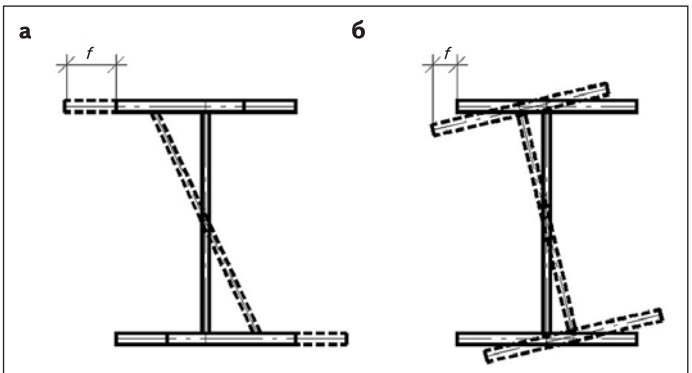
Каждую из полок можно представить в виде отдельного стержня, имеющего прямоугольное сечение, загруженного сжимающей силой N, которая приложена с эксцентриситетом e_y *(рис. 2)*.

При сжатии и изгибе происходит перемещение верхнего конца полки на величину f. Прогиб верха равен [18]:

$$f = Cf_0, \qquad (3)$$

где f_0 — прогиб полки от эксцентрично приложенной силы; $C = 1/(1 - N/N_{cr})$ — коэффициент, учитывающий влияние продольной силы на прогиб полки; N_{cr} — критическая сила, при которой происходит потеря устойчивости полки.

Величину прогиба полки мож-



а — изгиб полок независимо друг от друга при искривлении контура профиля; б — кручение профиля при неискривлении контура

Рис. 3. ***Варианты деформирования стержня***

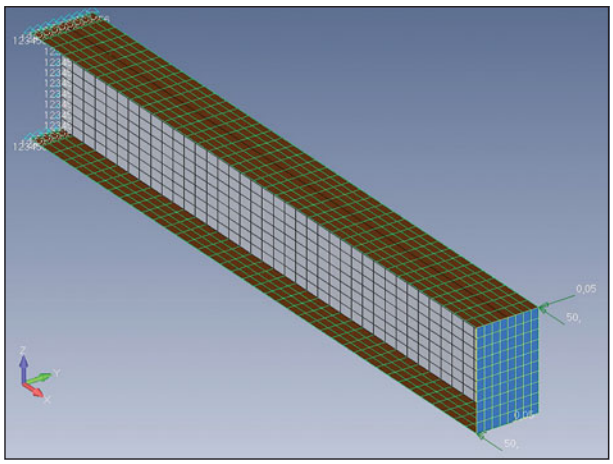


Рис. 4. ***Конечно-элементная модель стержня***

но определить двумя способами. Первый — предполагает независимый изгиб полок и искривление контура профиля *(рис. 3а)*, второй — связан с закручиванием профиля при неискривленном контуре *(рис. 3б)*.

Прогиб полки f_0 зависит от граничных условий и схемы приложения нагрузки. Для консольной полки при изгибе прогиб от сосредоточенного момента $M_0 = Ne_y$ на свободном конце равен:

$$f_0 = \frac{M_0 l^2}{2EI_{fz}} = \frac{Ne_y l^2}{2EI_{fz}}. \quad (4)$$

Если полка имеет шарнирные опоры по концам, то при изгибе прогиб составит:

$$f_0 == \frac{Ne_y l^2}{8EI_{fz}}, \quad (5)$$

где E — модуль упругости; I_{fz} — момент инерции полки относительно оси Z.

При кручении прогиб полок можно определить через угол закручивания. Для *консольного* стержня найдем угол закручивания загруженного свободного конца стержня [19] :

$$\theta = \frac{B(chkz - 1)}{k^2 EI_\omega chkl}, \quad (6)$$

где $k = \sqrt{GI_t / EI_\omega}$ — изгибно-крутильная характеристика; GI_t — жесткость тонкостенного стержня при чистом кручении; EI_ω — его секториальная жесткость.

Для *шарнирно-опертого* по концам стержня получим угол закручивания середины стержня:

$$\theta = \frac{B_\omega}{k^2 EI_\omega}\left(\frac{1}{2} - \frac{shkl/2}{shkl}\right). \quad (7)$$

При закручивании стержня прогиб полки $f_0 = \theta h/2$.

Тогда имеем:

- для *консольного* стержня:

$$f_0 = \frac{B(chkz - 1)h}{2k^2 EI_\omega chkl}; \quad (8)$$

- для *шарнирно-опертого* по концам стержня:

$$f_0 = \frac{B_\omega h}{2k^2 EI_\omega}\left(\frac{1}{2} - \frac{shkl/2}{shkl}\right). \quad (9)$$

Второй вариант деформирования стержня соответствует работе прокатных и сварных профилей, широко используемых при проектировании несущих конструкций зданий и сооружений. С учетом этого для анализа несущей способности центрально-сжатого стержня при кручении принят второй вариант деформирования.

Коэффициент C, учитывающий влияние продольной силы на прогиб, зависит от соотношения действующей сосредоточенной силы и критической силы, при которой происходит потеря устойчивости полки относительно оси Z. По Эйлеру, критическая сила для всего стержня относительно оси Z равна:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI_z}{l_{ef,z}^2}, \quad (10)$$

где I_z — момент инерции сечения относительно оси Z; $l_{ef,z}$ — расчетная длина относительно оси Z.

Для консольного стержня, у которого расчетная длина $l_{ef,z} = 2l$, критическая сила составит:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI_z}{4l^2}. \quad (11)$$

Критическая сила для полки равна половине критической силы для всего стержня $N_{cr} = P_{cr}/2$. Коэффициент C можно представить в виде:

$$C = 1/(1 - \sigma_0/\sigma_{cr}), \quad (12)$$

где $\sigma_0 = P/A$; $\sigma_{cr} = P_{cr}/A$, A — площадь сечения.

Тогда прогиб полки:

$$f = f_0 \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{cr} - \sigma_0}. \quad (13)$$

Изгибающий момент в полке с учетом продольной силы равен:

$$M = N(e_y + f) = \quad (14)$$
$$= \frac{P}{2}\left(e_y + f_0 \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{cr} - \sigma_0}\right).$$

Нормальные напряжения в наиболее напряженном волокне при упругой работе материала равны:

1. Несущая способность центрально-сжатой консоли из двутавра 10Б1 при стесненном кручении

Параметр	Гибкость стержня λ (при полном использовании несущей способности)						
	60	90	120	150	180	210	240
Теоретическая критическая сила P_{cr}^{T}, кН	35,34	34,56	33,58	33,1	32,5	31,4	29
Соответствующий P_{cr}^{T} бимомент B, кН·см^2	458,2	448,1	435,4	429,2	421,4	407,1	376
Критическая сила (Femap в упругой стадии) $P_{cr}^{F1} = 2N$, кН	31,31	30,36	28,2	24	23,2	20,6	20
Соответствующий P_{cr}^{F1} бимомент B, кН·см^2	406	393,7	339,7	311,2	300,8	267,1	259,3
Критическая сила (Femap с учетом пластики) $P_{cr}^{F2} = 2N$, кН	64,75	60,75	59,5	57,75	47,5	44,8	34,68
Соответствующий P_{cr}^{F2} бимомент B, кН·см^2	839,6	787,7	771,5	748,8	615,9	580,9	449,7
Критическая сила при центральном сжатии по нормам проектирования*, кН	181,75	144,87	104,42	74,25	54,4	41,27	32,29
Суммарные напряжения от продольной силы и бимомента, полученных численно в упругой стадии, кН/см^2	18	17,5	15,1	13,8	13,1	11,9	11,5
То же, при пластической стадии работы, кН/см^2	37,07	34,7	33,91	32,83	26,94	25,35	19,58

* СП 16.13330.2017 «СНиП II-23-81* Стальные конструкции (с поправкой, с изменениями № 1, 2)».

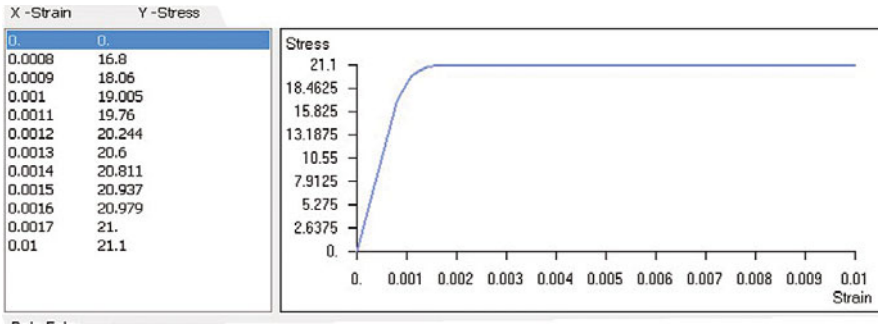


Рис. 5. ***Унифицированная диаграмма работы стали***

$$\sigma = \frac{P}{A} + \frac{M}{W_{fz}} = \qquad (15)$$

$$= \frac{P}{A} + \frac{P}{2W_{fz}}\left(e_y + f_0\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{cr} - \sigma_0}\right),$$

где W_{fz} – момент сопротивления полки.

Формулу (15) можно записать как:

$$\sigma = \frac{P}{A}\left(1 + \frac{e_y}{\rho_z} + \frac{f_0}{\rho_z}\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{cr} - \sigma_0}\right), \qquad (16)$$

где $\rho_z = W_z/A = 2W_{fz}/A$ – радиус ядра сечения; W_z – момент сопротивления сечения.

Исчерпание несущей способности стержня произойдет или при потере устойчивости полки относительно оси Z, или в результате потери устойчивости стержня относительно оси Z, или при достижении в наиболее нагруженном волокне предела текучести (расчетного сопротивления) стали.

Проверка имеет вид:

- в *первом* случае $N \leqslant N_{cr}$;
- во *втором* случае: $P \leqslant P_{cr}$;
- в *третьем* случае:

$$\sigma = \frac{P}{A}\left(1 + \frac{e_y}{\rho_z} + \frac{f_0}{\rho_z}\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{cr} - \sigma_0}\right) \leqslant R_y\gamma_c. \qquad (17)$$

Последнюю проверку можно представить следующим образом:

$$\sigma = \frac{P}{\varphi_\omega A} \leqslant R_y\gamma_c, \qquad (18)$$

где $\varphi_\omega = \left(1 + \frac{e_y}{\rho_z} + \frac{f_0}{\rho_z}\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{cr} - \sigma_0}\right)^{-1}$ – коэффициент устойчивости при кручении центрально-сжатого тонкостенного стержня открытого профиля в упругой стадии работы стали.

С учетом ранее определенных соотношений получим коэффициент устойчивости в упругой стадии:

- *для консольного стержня:*

$$\varphi_\omega = \left(1 + \frac{e_y}{\rho_z} + \frac{Pe_y h^2(chkz - 1)}{4\rho_z k^2 EI_\omega chkl}\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{cr} - \sigma_0}\right)^{-1}; \qquad (19)$$

- *для шарнирно-опертого стержня:*

$$\varphi_\omega = \left(1 + \frac{e_y}{\rho_z} + \frac{Pe_y h^2}{4\rho_z k^2 EI_\omega} \times \left(\frac{1}{2} - \frac{shkl/2}{shkl}\right)\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{cr} - \sigma_0}\right)^{-1}. \qquad (20)$$

Для оценки предложенных подходов к расчету устойчивости закручиваемых центрально-сжатых тонкостенных стержней открытого профиля выполнено

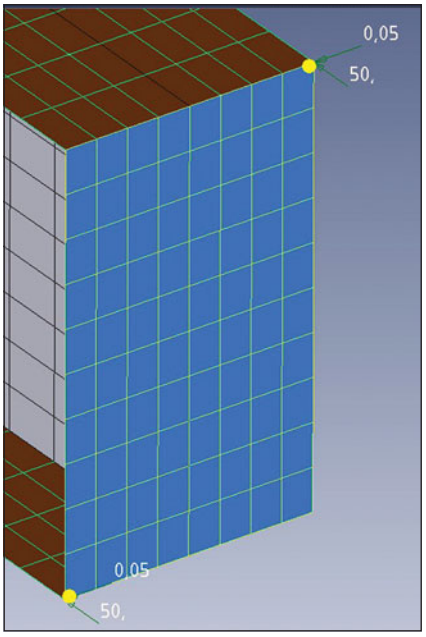


Рис. 6. ***Загруженные точки расчетной схемы***

2. Теоретическая несущая способность центрально-сжатой консоли из двутавра 10Б1 при стесненном кручении и развитии пластических деформаций

Параметр	Гибкость стержня λ (при полном использовании несущей способности)				
	60	90	120	150	180
Теоретическая критическая сила с учетом пластики P_{cr}^{T}, кН	56,5	53,7	51	47,5	43,9
Соответствующий P_{cr}^{T} бимомент B, кН·см^2	732,6	696,3	661,3	615,9	569,2
Критическая сила (Femap с учетом пластики) P_{cr}^{F2}, кН	64,75	60,75	59,5	57,75	47,5
Соответствующий P_{cr}^{F2} бимомент B, кН·см^2	839,6	787,7	771,5	748,8	615,9

сравнение теоретических и численных результатов расчета.

Рассмотрим расчет устойчивости центрально-сжатого двутаврового консольного стержня при действии бимомента. Стержень выполнен из двутавра 10Б1 по ГОСТ Р 57837-2017 «Двутавры стальные горячекатаные с параллельными гранями полок. Технические условия (с поправкой, с изменением № 1)», сталь с пределом текучести 210 МПа. Длина консольного стержня: 372, 558, 744, 930, 1116, 1302 и 1488 мм, что соответствует гибкостям 60, 90, 120, 150, 180, 210 и 240. Расчеты выполнены теоретически и численно. Для численного расчета с учетом геометрической и физической нелинейности использован модуль 10: Nonlinear Static вычислительного комплекса Femap with NX Nastran. Общий вид конечно-элементной модели показан на *рис. 4*.

Стержень моделируется конечными элементами оболочки: полка толщиной 5,7 мм, стенка толщиной 4,1 мм. Кроме того, для исключения искривления контура сечения, на свободном конце установлено поперечное ребро толщиной 3 мм.

Для учета физической нелинейности воспользовались унифицированной диаграммой деформирования стали [20]. Зависимость между деформациями и напряжениями, использованная при расчете, приведена на *рис. 5*.

Узлы одного из концов конечно-элементной модели жестко защемлены. На другом конце приложена сосредоточенная сила в виде двух сосредоточенных сил, равных половине расчетной силы и приложенных в выделенных на *рис. 6* точках расчетной схемы.

Принятая схема загружения позволяет при изменении продольной силы одновременно менять и бимомент. Для провоцирования потери устойчивости, кроме продольных сил, в тех же точках полок приложены возмущающие силы, каждая по 0,1 % величины продольных сил N, направленные вдоль оси Y.

Нелинейный расчет выполнялся до тех пор, пока стержень воспринимал действующие продольную силу и бимомент. Продольная сила и бимомент, при которых прерывался расчет, соответствовали предельной несущей способности стержня, определенной численно, при рассматриваемой гибкости.

Результаты теоретических и численных расчетов даны в *табл. 1*. Помимо этого приводятся значения как критических сил при центральном сжатии, определенных по действующим нормам, так и суммарных напряжений от совместного действия продольной силы и соответствующего бимомента, при котором происходит потеря устойчивости при численном расчете.

В упругой стадии работы стали расхождение предельной нагрузки при численном расчете составило от 11 до 34 % в сравнении с теорией. При этом теоретическая сила превышала численную для всех гибкостей. При допущении развития пластических деформаций численная сила для всех гибкостей больше теоретической критической силы на 55—84 %. Такое отличие обусловлено тем, что теоретическое значение определено в предположении упругой работы стали. (*Для справки:* в *табл. 1* получены нормальные напряжения от совместного действия численно определенных продольной силы и бимомента.) Видно, что при допущении пластической работы стали только при самой большой гибкости исчерпание несущей способности происходит при нормальных напряжениях меньше расчетного сопротивления. Исходя из этого для теоретической

оценки несущей способности при стесненном кручении следует учесть неупругую работу стали.

Анализ полученных результатов показал, что из-за стесненного кручения численная предельная продольная сила меньше нормативной до 2,8 раза при гибкостях 60—180, причем, чем меньше гибкость, тем больше отличие. При гибкостях 210 и 240 численная предельная сила превышает нормативную не более чем на 9 %.

Для учета развития пластических деформаций дополним теоретическую формулу (17). Используем неоднократно проверенные положения о развитии пластических деформаций в сечении при одновременном действии продольной силы и изгибающего момента. Тогда для каждой полки, имеющей прямоугольное сечение, условие исчерпания несущей способности выглядит так:

$$\left(\frac{P}{AR_y\gamma_c}\right)^n + \frac{P}{c_z W_z R_y \gamma_c} \times \left(e_y + f_0 \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{cr} - \sigma_0}\right) \leqslant 1, \quad (21)$$

где $n = 3$, $c_z = 1{,}47$ — коэффициенты, учитывающие развитие пластических деформаций в прямоугольной полке согласно СП 16.13330.

Для стержней с гибкостью 180 и меньше выполнено сравнение теоретических и численных значений предельной продольной силы с учетом развития пластических деформаций *(табл. 2)*.

После выполненной корректировки теоретическая несущая способность для стержней с гибкостью не более 180 составила от 86 до 92 % численного значения.

Выводы

1. На основании теоретических исследований предложены зависимости для определения несущей способности центрально-сжатых тонкостенных стержней открытого профиля при стесненном кручении. Установлено, что в упругой стадии работы для стержней с гибкостью 60—120 разница между теоретическими и численными значениями предельной силы составила от 11 до 16 %, при гибкости 150—240 эта разница увеличивается до 27—34 %. При учете развития пластических деформаций разница между теоретическими и численными значениями составила от 8 до 14 %. Определено, что при стесненном кручении несущая способность центрально-сжатого тонкостенного стержня открытого профиля существенно отличается от нормативной несущей способности центрально-сжатого стержня.

2. Проведенные теоретические и численные исследования позволяют сформулировать требования к экспериментальным консольным образцам, которые будут выполнены из двутавра 10Б1 по ГОСТ Р 57837. Испытания этих образцов будут проведены в НИУ МГСУ и позволят проверить достоверность теоретических и численных положений расчета. С учетом комплексных теоретических, численных и экспериментальных исследований планируется разработка инженерной методики расчета центрально-сжатых тонкостенных стержней открытого профиля при стесненном кручении.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Тимошенко С. П.* Об устойчивости плоской формы изгиба двутавровой балки // Известия Санкт-Петербургского политехнического института. 1905. С. 151–219.
2. *Weber C.* U:bertragung des Drehmoments in Balken mit doppelflanschigem Querschnitt [Передача крутящего момента в балках с двойным поперечным сечением фланца] // Z. fu:r angew. Math. und Mech. 1926. Vol. 6. S. 85–97.
3. *Wagner H.* Verdrehung und Knickung von offenen Profilen [Скручивание и коробление открытых профилей] // NACA Tech. Memo. 1937. No. 807. S. 329–343.
4. *Власов В. З.* Тонкостенные упругие стержни. М. : Физматлит, 1959. 568 с.
5. *Власов В. З.* Новый метод расчета призматических балок из тонкостенных профилей на совместное действие осевой силы, изгиба и кручения // Вестник ВИА РККА им. В. В. Куйбышева. 1936. № 20. Сб. 2. С. 86–135.
6. *Власов В. З.* Избранные труды. М. : Наука, 1964. 955 с.
7. *Уманский А. А.* Кручение и изгиб тонкостенных авиаконструкций. М. : Оборонгиз, 1939. 112 с.
8. *Уманский А. А.* Расчет тонкостенных криволинейных балок // Тр. науч.-техн. конф. ВВА им. Н. Е. Жуковского. М., 1944. Т. 2. Вып. 2. С. 35–48.
9. *Джанелидзе Г. Ю., Пановко Я. Г.* Статика упругих тонкостенных стержней. М.; Л. : Гостехиздат, 1948. 208 с.
10. *Джанелидзе Г. Ю.* Вариационная формулировка теории тонкостенных упругих стержней В. З. Власова // Прикладная математика и механика. 1943. Т. VII. Вып. 6. С. 455–462.
11. *Ададуров Р. А.* Определение касательных напряжений в тонкостенных конструкциях вблизи заделки // Труды ЦАГИ. 1947. № 614. С. 1–13.
12. *Ададуров Р. А.* Напряжения и деформации в цилиндрической оболочке с жесткими поперечными сечениями // Докл. АН СССР. 1948. Т. 62. № 2. С. 183–186.
13. *Ржаницын А. Р.* Сложное сопротивление тонкостенных профилей с недеформируемым контуром за пределом упругости // Тр. лаборатории строительной механики ЦНИПС. М., 1942. С. 88–91.

14. *Горбунов Б. Н.* Расчет пространственных рам из тонкостенных стержней // Прикладная математика и механика. 1943. Вып. 1. С. 188.

15. *Белый Г. И.* Влияние эксцентричного опирания концов и уровня приложения нагрузки на устойчивость плоской формы изгиба тонкостенного криволинейного стержня // Сб. трудов ЛИСИ. 1974. С. 18–25.

16. *Белый Г. И.* Расчет упругопластических тонкостенных стержней по пространственно-деформируемой схеме // Межвуз. темат. сб. тр. «Строительная механика сооружений». 1983. № 42. С. 40–48.

17. *Перельмутер А. В., Сливкер В. И.* Устойчивость равновесия конструкций и родственные проблемы. Т. 1. Общие теоремы. Устойчивость отдельных элементов механических систем. М. : СКАД СОФТ, 2007. 670 с.

18. *Беляев Н. М.* Сопротивление материалов. М. : Наука, 1965. 856 с.

19. *Бычков Д. В.* Строительная механика стержневых тонкостенных конструкций. М. : Госстройиздат, 1962. 475 с.

20. *Бельский Г. Е., Одесский П. Д.* О едином подходе к использованию диаграмм работы строительных сталей // Промышленное строительство. 1980. № 7. С. 4–6.

R E F E R E N C E S

1. Timoshenko S. P. On the stability of the flat shape of the I-beam bend. *Izvestiya St. Peterburgskogo politehnicheskogo instituta*, 1905, pp. 151–219. (In Russian).

2. Weber C. Ubertragung des drehmoments in balken mit doppelflanschigem querschnitt. *Z. fur angew. Math. und Mech.*, 1926, Vol. 6, S. 85–97. (In German).

3. Wagner H. Verdrehung und Knickung von offenen Profilen. *NACA Tech. Memo*, 1937, N 807, S. 329–343. (In German).

4. Vlasov V. Z. *Tonkostennye uprugie sterzhni* [Thin-walled elastic rods]. Moscow, Fizmatlit Publ., 1959. 568 p. (In Russian).

5. Vlasov V. 3. A new method for calculating prismatic beams made of thin-walled profiles on the combined action of axial force, bending and torsion. *Vestnik VIA RKKA im. V. V. Kuibysheva*, 1936, no. 20, iss. 2, pp. 86–135. (In Russian).

6. Vlasov V. Z. *Izbrannye trudy* [Selected works]. Moscow, Nauka Publ., 1964. 955 p. (In Russian).

7. Umanskij A. A. *Kruchenie i izgib tonkostennyh aviakonstrukcij* [Torsion and bending of thin-walled aircraft structures]. Moscow, Oborongiz Publ., 1939. 112 p. (In Russian).

8. Umanskij A. A. Calculation of thin-walled curved beams. *Trudy nauchno-tehnicheskoj konferencii VVA im. N. E. Zhukovskogo*, 1944, vol. 2, iss. 2, pp. 35–48. (In Russian).

9. Dzhanelidze G. Ju., Panovko Ja. G. *Statika uprugih tonkostennyh sterzhnej* [Statics of elastic thin-walled rods]. Moscow; Leningrad, Gostehizdat Publ., 1948. 208 p. (In Russian).

10. Dzhanelidze G. Ju. Variational formulation of the theory of thin-walled elastic rods by V. Z. Vlasov. *Prikladnaja matematika i mehanika*, 1943, vol. VII, iss. 6, pp. 455–462. (In Russian).

11. Adadurov R. A. Determination of tangential stresses in thin-walled structures. *Trudy CAGI*, 1947, no. 614, pp. 1–13. (In Russian).

12. Adadurov R. A. Stresses and deformations in a cylindrical shell with rigid cross sections. *Dokl. AN SSSR*, 1948, vol. 62, no. 2, pp. 183–186. (In Russian).

13. Rzhanicyn A. R. Complex resistance of thin-walled profiles with a non-deformable contour beyond the elastic limit. *Trudy laboratorii stroitelnoy mehaniki CNIPS.* Moscow, 1942, pp. 88–91. (In Russian).

14. Gorbunov B. N. Calculation of space frames made of thin-walled rods. *Prikladnaja matematika i mehanika*, 1943, iss. 1, p. 188. (In Russian).

15. Belyj G. I. Influence of the eccentric bearing of the ends and the level of load application on the stability of the flat bending form of a thin-walled curved rod. *Sb. trudov LISI*, 1974, pp. 18–25. (In Russian).

16. Belyj G. I. Calculation of elastic-plastic thin-walled rods using a spatially deformable scheme. *Mezhvuz. temat. sb. tr. "Stroitel'naja mehanika sooruzhenij"*, 1983, no. 42, pp. 40–48. (In Russian).

17. Perel'muter A. V., Slivker V. I. *Ustojchivost' ravnovesija konstrukcij i rodstvennye problemy. Tom 1. Obshhie teoremy. Ustojchivost' otdel'nyh jelementov mehanicheskih system* [Stability of equilibrium structures and related problems. Vol. 1. General theorems. Stability of individual elements of mechanical systems]. Moscow, SKAD SOFT Publ., 2007. 670 p. (In Russian).

18. Beljaev N. M. *Soprotivlenie materialov* [Theory of strength of materials]. Moscow, Nauka Publ., 1965. 856 p. (In Russian).

19. Bychkov D. V. *Stroitel'naja mehanika sterzhnevyh tonkostennyh konstrukcij* [Theory of structures of thin-walled rod structures]. Moscow, Gosstrojizdat Publ., 1962. 475 p. (In Russian).

20. Bel'skij G. E., Odesskij P. D. On a unified approach to the use of construction steel diagrams. *Promyshlennoe stroitel'stvo*, 1980, no. 7, pp. 4–6. (In Russian).

Для цитирования: *Туснин А. Р., Абдурахмонов А. Х.* Несущая способность центрально-сжатого двутаврового стержня при стесненном кручении // Промышленное и гражданское строительство. 2020. № 9. С. 21–27. DOI: 10.33622/0869-7019.2020.09.21-27.

For citation: Tusnin A. R., Abdurakhmonov A. Kh. Bearing Capacity of Strength of an Axially-Compressed I-Beam Rod under Restrained Torsion. *Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo* [Industrial and Civil Engineering], 2020, no. 9, pp. 21–27. (In Russian). DOI: 10.33622/0869-7019.2020.09.21-27.